

Curso Corto de hidrogeología

Andrew S. Reeve

Day 2: Measuring Hydraulic Parameters and Solute Transport

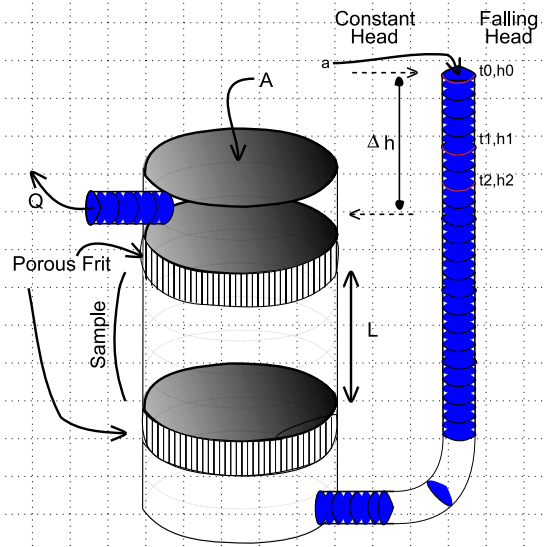
Φ -scale is a base 2 log scale in mm

Medir Propiedades Hidráulicas: Laboratorio: Tamaño de Granos

- Análisis de Tamaño de Grano, Material de Arena
- Ecuación de Hazen: $K = C(d_{10}^2)$
 - C constante de 100 a 150 $sec^{-1} \cdot cm^{-1}$
 - d_{10} tamaño (10% pasando) en cm
 - K está en cm/sec
 - asume la arena está mal clasificado (poorly sorted) $\frac{d_{60}}{d_{10}} < 5$
- Ecuación de Kozeny-Carmen para granos esférico (r=radius, n=porosidad)

$$K = \frac{\rho g}{\mu} \frac{n^3}{(1-n)^2} \frac{d_{50}^2}{180}$$

Medir Propiedades Hidráulicas: Laboratorio: Permeámetro



- Carga Hidráulica Constante

$$K = \frac{QL}{AH}$$

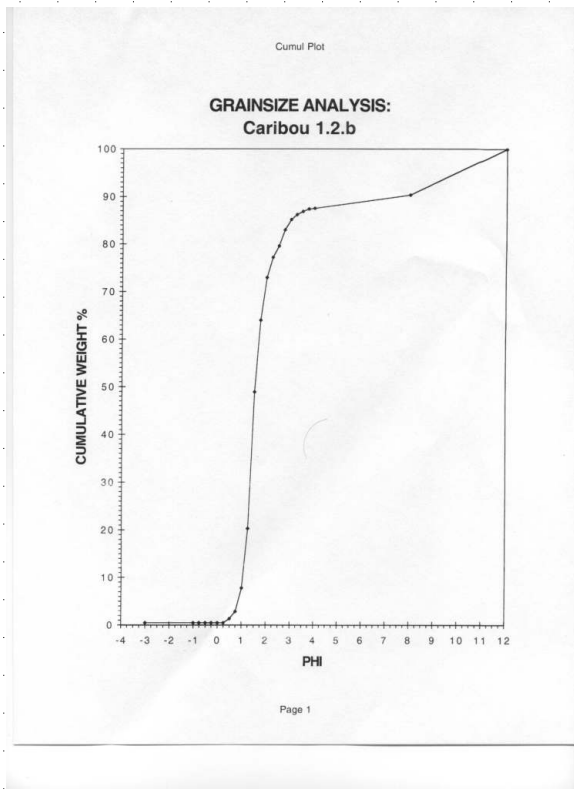
- Carga Hidráulica Cayendo

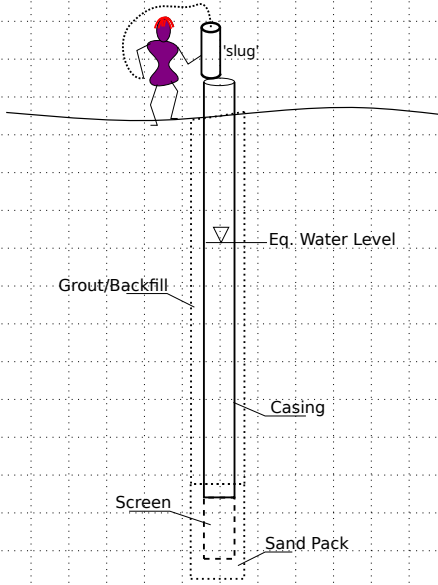
$$K \cdot A \frac{h(t) - H_0}{L} = a \frac{dh}{dt}$$

$$K = \frac{aL}{A(t_2 - t_1)} \ln \left[\frac{h_2}{h_1} \right]$$

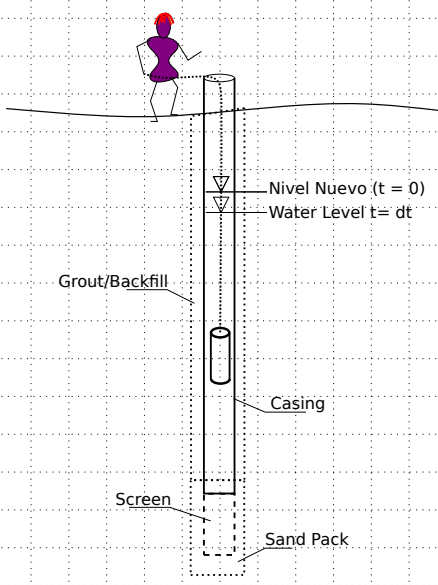
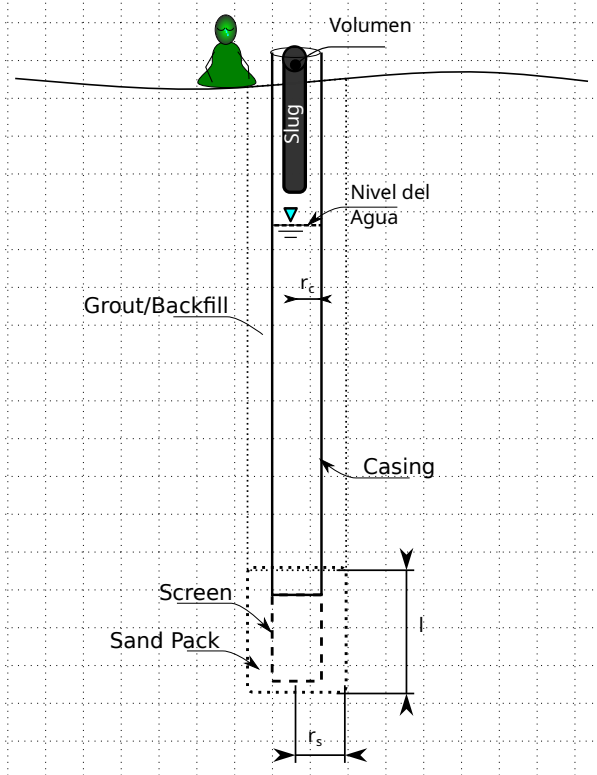
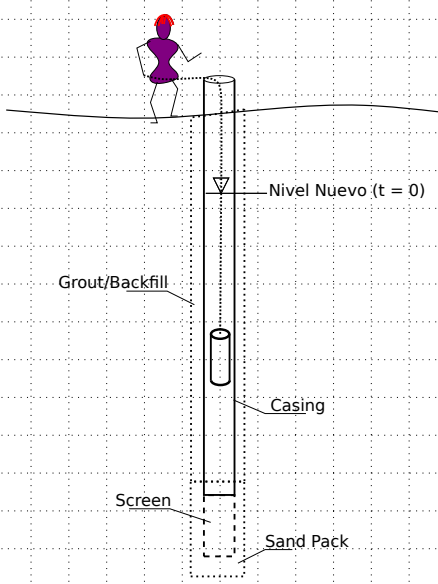
Medir Propiedades Hidráulicas: Piezómetros

- Mide el nivel del agua en el pozo (antes de la prueba)
- Desplazar un volumen de agua en el pozo (cambio repentino en el nivel del agua)
- Mide el nivel del agua durante el periodo de recuperación
- Hay una relación entre el rato de recuperación y la conductividad hidráulica

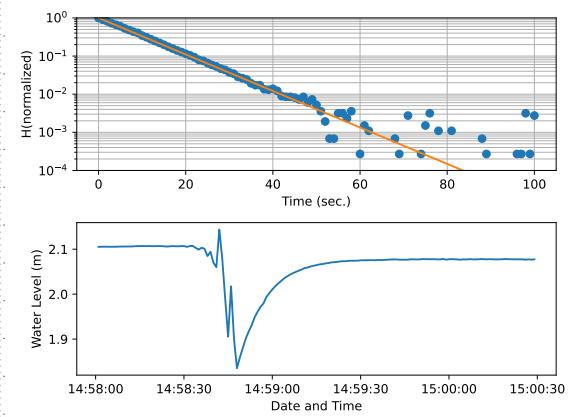




- Nivel del agua de equilibrio
- Niveles del agua por el recuperación
- Volumen del 'slug'
- Geometría del pozo
 - Longitud de la sección perforada (l)
 - Radio del pozo/tubería (r_c)
 - Radio del la sección perforada (r_s)
 - Distancia entre nivel freático y la sección perforada
- Ubicación de las capas de confinamiento



Medir Propiedades Hidráulicas: Piezómetros: Ejemplo 1

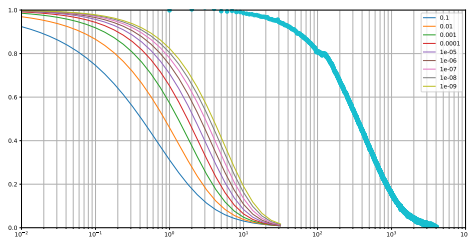


Información que Necesitaría

• Método de Hvorslev (1951)

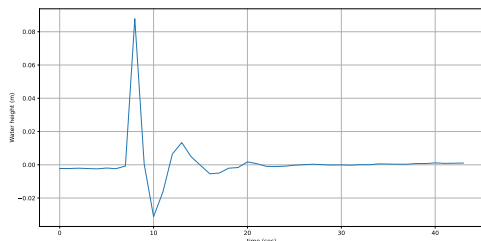
- Hay no efectos de almacenamiento
- Se miden los datos después de insertar el 'slug'
- La carga hidráulica está cambiado a un valor normalizado
- El pendiente en una grafica semilog de los datos indica la conductividad hidráulica

Medir Propiedades Hidráulicas: Piezómetros: Ejemplo 2



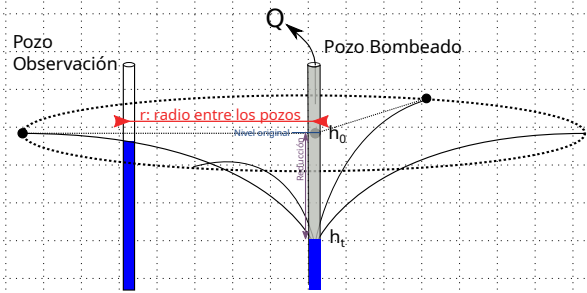
- Cooper, Bredehoeft, Papadopolus (1964)
 - Incluye los efectos de almacenamiento
 - La carga hidráulica está cambiado a un valor normalizado
 - el 'slug' se inserta instantáneamente
 - Hacer coincidir los datos a curvas estándar

Medir Propiedades Hidráulicas: Piezómetros: Ejemplo 3



- En acuíferos con muy alta K, la respuesta al 'slug' podría ser una oscilación amortiguada
- se usa el rato de amortiguada para calcular las propiedades hidráulicas

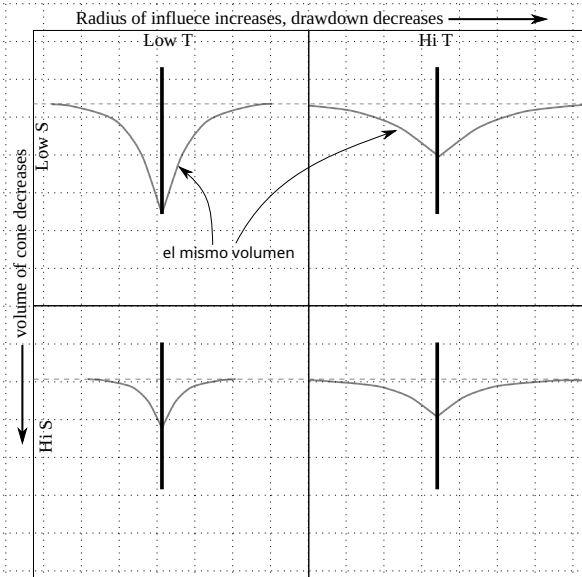
Medir Propiedades Hidráulicas: Pruebas de Bombear



- Un cono de depresión formará alrededor del pozo bombeado
- Las propiedades del acuífero (T y S) controla la forma del cono
- La reducción = $h_0 - h_t$
- r = distancia entre pozos bombeado y observación

¿Como cambiará la forma del cono si 'T' aumenta? ¿Como cambiará la forma del cono si 'S' aumenta?

Medir Propiedades Hidráulicas: Pruebas de Bombear



- Puede medir la forma en un punto de tiempo con pozos en una línea
- Puede medir la forma en un pozo sobre tiempo

Medir Propiedades Hidráulicas: Pruebas de Bombear

- Dos métodos comunes para interpretar los datos de una prueba de bombear:

- Método de línea recta (straight line method)
- Coincidencia de curva de tipo (type curve matching)

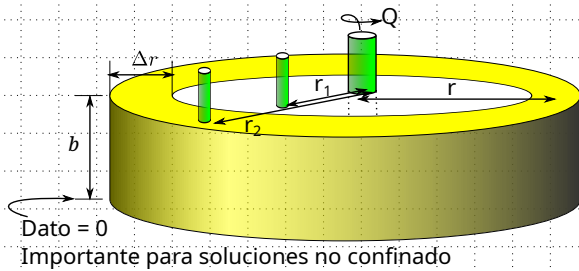
- Solución de ecuación para flujo estado estable

$$- Q = -K \cdot A \frac{dh}{dr} = -T \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \frac{dh}{dr}$$

- Solución de ecuación para flujo transitorio

$$- S_s \frac{\partial h}{\partial t} = K \cdot \frac{\partial^2 h}{\partial r^2} + K \cdot \frac{1}{r} \frac{\partial h}{\partial r}$$

$$- W(u) = -0.5772 - \ln(u) + u - \frac{u^2}{2 \cdot 2!} + \frac{u^3}{3 \cdot 3!} \dots$$



Solución de Theim (flujo estado estable)

- Integrar ecuación: $Q = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot b \cdot K \frac{dh}{dr}$

- Caso confinado

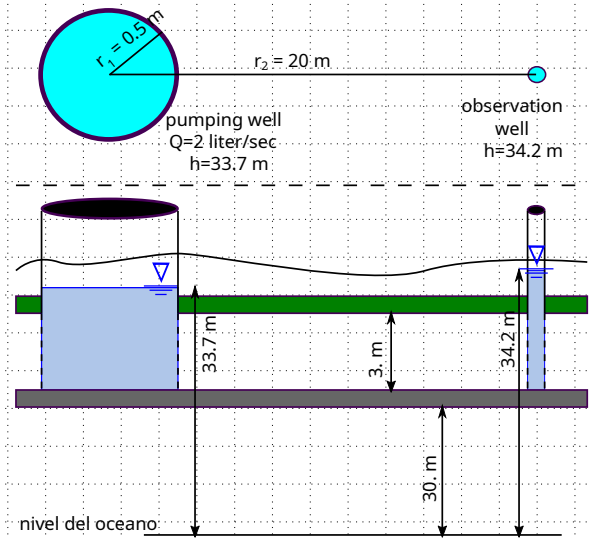
$$- h_2 - h_1 = \frac{Q}{2 \cdot \pi \cdot T} \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)$$

- Caso no confinado sin recarga:

$$- h_2^2 - h_1^2 = \frac{Q}{\pi K} \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)$$

- Caso no confinado con recarga (W):

$$- h_2^2 - h_1^2 = \frac{Q}{\pi K} \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right) + \frac{W}{2 \cdot K} (r_1^2 - r_2^2)$$



Solución de Theim (flujo estado estable)

- si el acuífero es confinado por la capa verde, la capa gris es impermeable

$$- h_2 - h_1 = \frac{Q}{2 \cdot \pi \cdot T} \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)$$

$$- 34.2 - 33.7 = \frac{0.002}{2 \cdot \pi \cdot T} \ln\left(\frac{20}{0.5}\right)$$

$$- T = 0.0023 \text{ m}^2 \cdot \text{sec}^{-1}, K = 0.0007 \text{ m} \cdot \text{sec}^{-1}$$

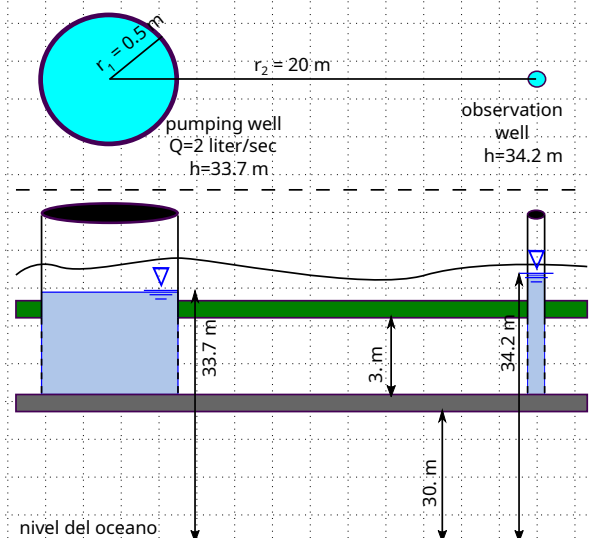
- si el acuífero no es confinado (ignora la capa verde), la capa gris es impermeable

$$- h_2^2 - h_1^2 = \frac{Q}{K \cdot \pi} \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)$$

$$- 4.2^2 - 3.7^2 = \frac{Q}{K \cdot \pi} \ln\left(\frac{20}{0.5}\right)$$

$$- K = 0.00059 \text{ m} \cdot \text{sec}^{-1}$$

Ejemplo de Theim



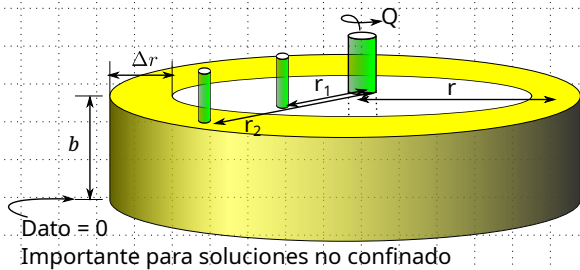
Coincidencia de Curva de Tipa (Type Curve Matching)

Suposiciones de Metodo de Theis

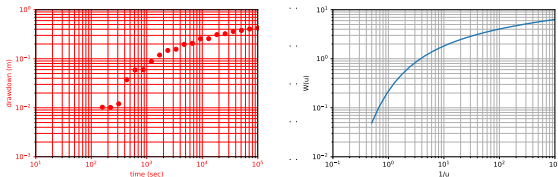
- Homogeneous, Isotropic aquifer
- Infinite extent
- No recharge
- Constant pumping rate
- Fully penetrating well
- Confined aquifer

$$h_{t=0} - h_{r,t} = \frac{Q}{4\pi T} \int_u^\infty \frac{e^{-u}}{u} du = \frac{Q}{4\pi T} W(u)$$

$$u = \frac{r^2 S}{4Tt}$$

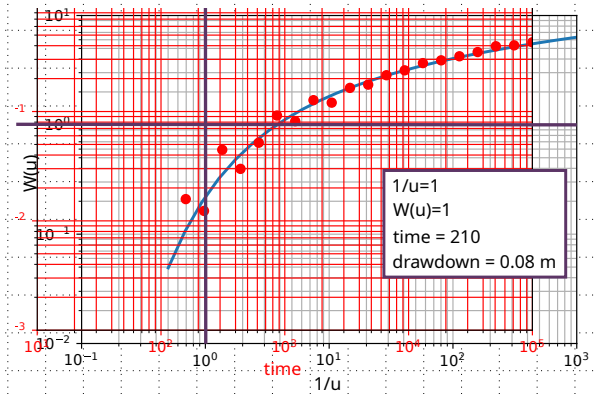
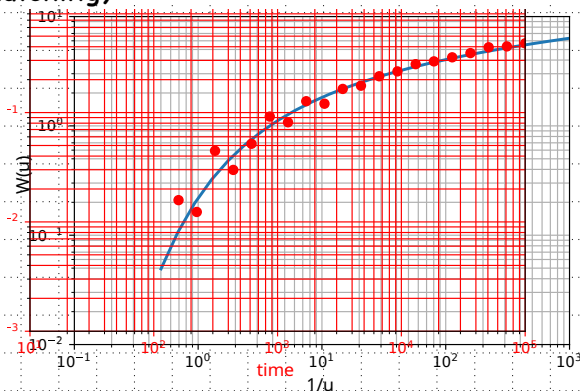


Coincidencia de Curva de Tipa (Type Curve Matching)



- Hace o descarga una curva de tipa (derecha) (hay diferentes curvas para diferentes situaciones)
- Plotea los datos, usa la misma escala (izquierda) (tamaño de ciclo de log)

Coincidencia de Curva de Tipa (Type Curve Matching)



- superponer y unir los gráficos
- escoge un punto sobre ambos gráficos cuando están superpuestos
- encuentra los cuatro valores de los gráficos (tiempo, reducción, u, W(u))

$$dd = \frac{Q \cdot W(u)}{4 \cdot \pi \cdot T}$$

$$- 0.08 = \frac{0.001 \cdot 1}{4 \cdot \pi \cdot T}$$

$$- T = 9.9 \cdot 10^{-4} m^2 \cdot sec^{-1}$$

$$u = \frac{r^2 \cdot S}{4 \cdot T \cdot t}$$

$$- 1 = \frac{100^2 \cdot S}{4 \cdot (9.9 \cdot 10^{-4}) \cdot 210}$$

$$- S = 8.3 \cdot 10^{-5} \text{ sin unidades}$$

Metido de Linea Recta (Cooper & Jacob)

- Basado en la aproximación del método de Theis:

$$- h_0 - h = \frac{Q}{4\pi T} W(u)$$

$$- u = \frac{r^2 S}{4Tt}$$

$$- W(u) = -.5772 - \ln(u) + u - \frac{u^2}{2 \cdot 2} + \dots$$

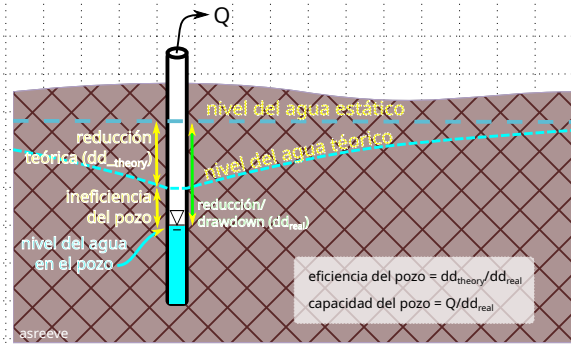
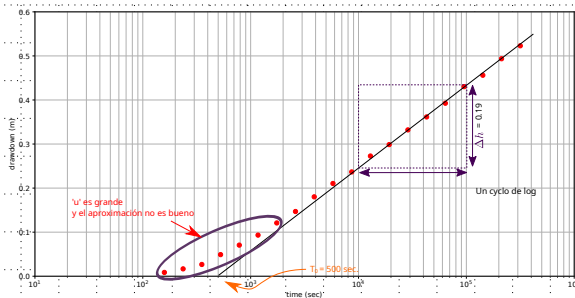
- Substituta $-.5772 - \ln(u)$ for $W(u)$:
$$h_0 - h = \frac{Q}{4\pi T} \left(-.5772 - \ln(u) \right)$$

- Mide el cambio del carga hidráulica sobre un ciclo de log (log term becomes 1, $\log(10)=1$): $\Delta h_{\log \text{ cycle}} = \frac{2.3Q}{4\pi T}$
- Cuando la reducción es cero:

$$- 0 = \log \left(\frac{2.25Tt_0}{r^2 S} \right)$$

$$- 1 = \frac{2.25Tt_0}{r^2 S}$$

Metido de Linea Recta (ejemplo)



- mide la tasa de bombear (Q), la reducción en nivel del agua, y la distancia entre los pozos (r)

- $Q = 0.001 \frac{m^3}{sec}$ o 1 litro por segundo
- $r = 100 \text{ m}$

$$\Delta h = \frac{2.3 \cdot Q}{2 \cdot \pi \cdot T}$$

- $0.19 = \frac{2.3 \cdot 0.001}{2 \cdot \pi \cdot T}$
- $T = 0.0019 \text{ m}^2 \cdot sec^{-1}$

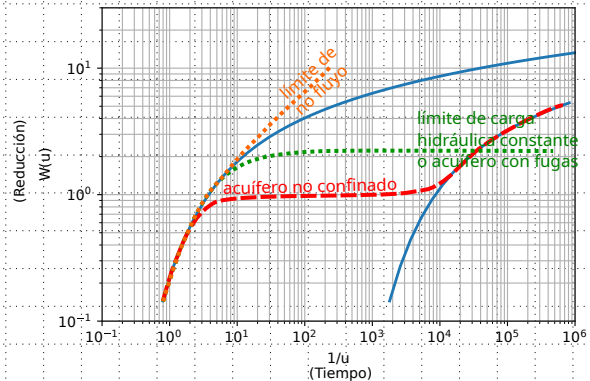
$$1 = \frac{2.25 T t_0}{r^2 S}$$

- $S = \frac{2.25 T t_0}{r^2}$
- $S = \frac{2.25 \cdot 0.002 \cdot 500}{100^2}$
- $S = 2.2 \cdot 10^{-4}$ (sin unidades)

- La carga hidráulica en un pozo bombeado es más bajo que calculado
- Hay pérdida de energía debido a:
 - turbulencia en el pozo
 - resistencia al flujo por la reja del pozo

- La capacidad ($S.C. = \frac{Q}{s_{well}}$) del pozo cambia con la tasa de bombear

Condiciones No Ideal

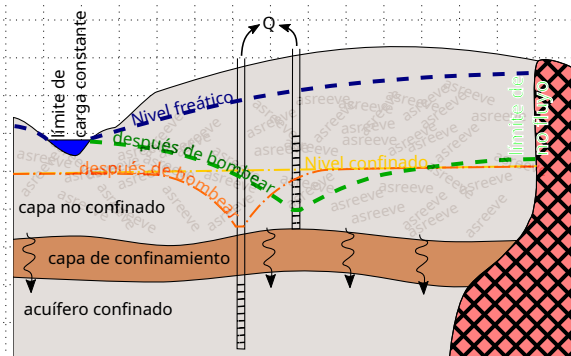


Estimación Sencillo, Metido de Logan (1954)

- Un pozo que está bombeado por un tasa constante single (Q_{pump}) y está en un condición de estado estable
- Carga hidráulica antes de bombear: h_0
- Carga hidráulica de estado estable: h
- Transmisividad aproximada: T

$$T = \frac{Q_{pump} \cdot 1.22}{h - h_0}$$

Diferentes resultados no ideal para una prueba de bombear. Los líneas azules son curvas de Theis.



Perdida de Carga Hidráulica de Pozo

Sección transversal que ilustra condiciones de bombear no ideales.

Transporte de solutos

Tres procesos que son responsable para el movimiento del materiales en un fluido.

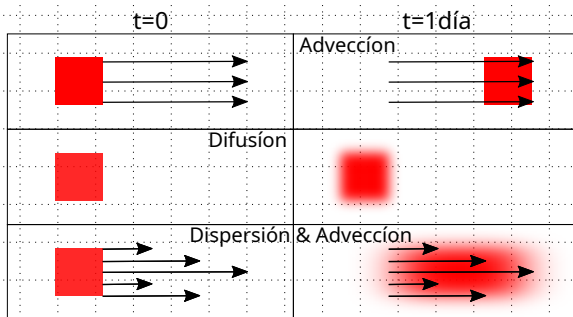
Advección Material está llevado por el agua en movimiento.

$$v = \frac{-K dh}{n_e dl}$$

Difusión Material se extiende por el Movimiento Browniano.

$$F = -D^o A \frac{dc}{dl}$$

Dispersión Material se esparce debido a la mezcla mecánica a la variación de velocidad.



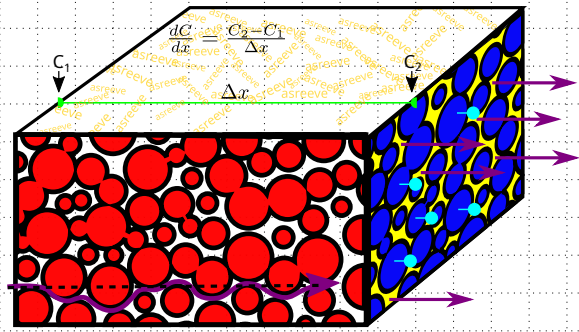
Difusión por Media Poroso

- Los valores de difusión tabulado en los libros de textos son para un columna del agua abierta
- El área de la sección transversal de materiales geológicas reduce el espacio abierto [solo un flujo (F) en espacio amarillo la área (A, azul y amarillo)]

$$F = -n \cdot A \cdot D^o \frac{dc}{dx}$$

- tortuosidad τ define un ratio del camino real (sinuoso, morado en la grafica) al camino recto (negro en la grafica)

$$\tau = \frac{\Delta x_{sinuoso}}{\Delta x_{recto}}$$

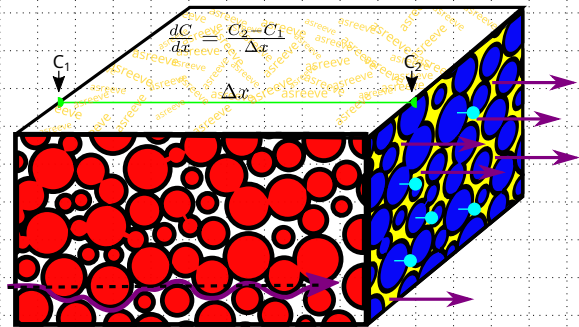


Difusión por Media Poroso

- Tortuosidad afecta: 1) el gradiente químico y 2) distancia de movimiento
- Relación entre la tortuosidad y porosidad ($\alpha = 2$ a 3 , n = porosidad)
 - Ley de Archie: $\tau^2 n^{1-\alpha}$
 - Ecuación de Weissberg Modificado: $\tau^2 = 1 - \alpha \cdot \ln(n)$
- Se necesita τ^2 en la ecuación de difusión

$$F = -\frac{n \cdot A \cdot D^o}{\tau^2} \frac{dc}{dx}$$

$$F = -n \cdot A \cdot D_{sed} \frac{dc}{dx}$$



Dispersión en un fluido

- Mezclar debido a la variabilidad de velocidad
- La tarifa depende en la escala por la heterogeneidad de la conductividad hidráulica
 - cambios in el tamaño de los granos
 - las fracturas
 - cambios en los tipos de piedras (arenisca a esquisto)
 - cavernas

- La tarifa de mezclar es dirección (en dirección del flujo y perpendicular al flujo)

- dispersión longitudinal y transversal

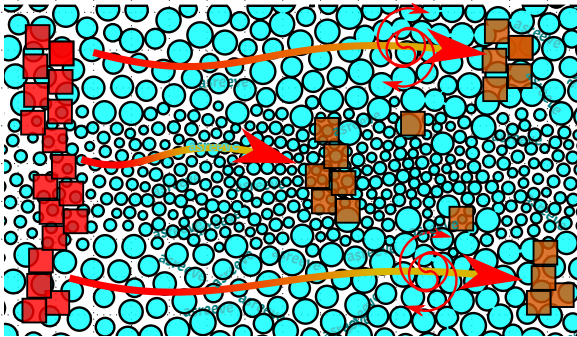
*

$$D'_L = v \cdot \alpha_L$$

*

$$D'_T = v \cdot \alpha_T$$

- velocidades medias más grande pueden tener más variabilidad (cero a la velocidad)



Diferentes velocidades dan como resultado una mezcla química.

El Coeficiente de Dispersión Hidrodinámico

Es común agrupar dispersión y difusión en un valor.

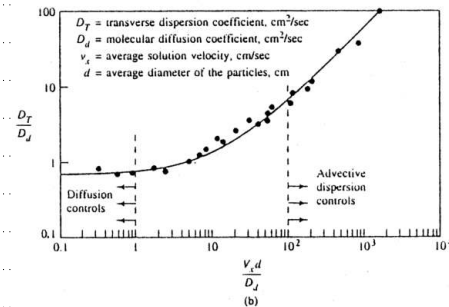
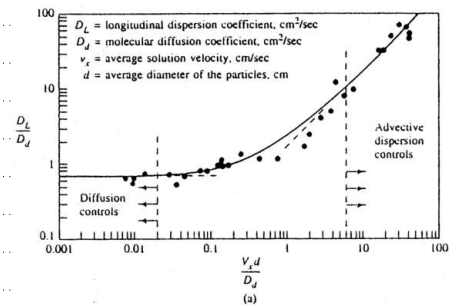
$$D_L = v\alpha_L + D_s^o$$

$$D_T = v\alpha_T + D_s^o$$

El numero Peclet indica si dispersión o difusión domina mezclar en el agua. Es el ratio de advección a difusión.

$$Pe = \frac{Q_{Adv.}}{Q_{Disp}} = \frac{q \cdot l}{D^o}$$

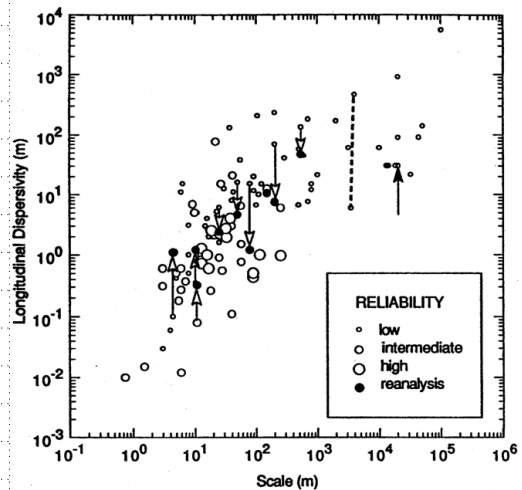
- l es un largo característico



Peclet Number used to determine dominant transport process¹

Values of Dispersivity

- Dependiente en la escala
- Hay controversia sobre como D escala
- Se usa modelos sencillos para dispersión, reducido a tres componentes:
 - longitudinal
 - transversa horizontal
 - transversa vertical



¹Perkins, T.K., and O.C. Johnston. "A Review of Diffusion and Dispersion in Porous Media." SPE J. 3, 1963.

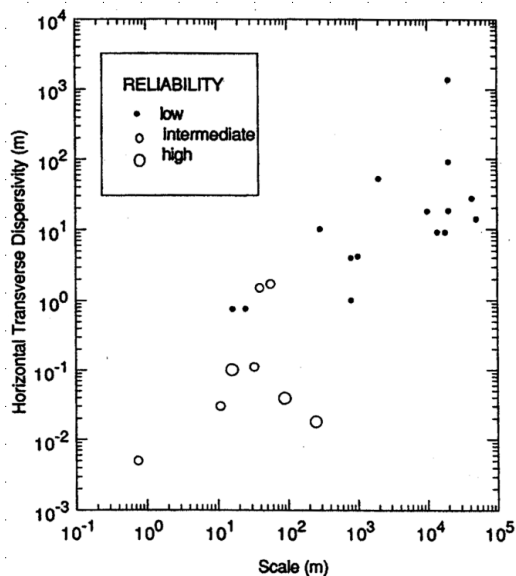


Figure 1: Medidas de dispersividad y una análisis de calidad de los medidas

Figures de Gelhar et al. ², lea la comenta de Neuman ³ para entender los hilos de la controversia.

Advection-Dispersion Equation

- Advección

$$n \frac{\partial C}{\partial t} = - \frac{\partial (q_x C)}{\partial x}$$

- Dispersión

$$n \frac{\partial C}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D \frac{\partial C}{\partial x} \right)$$

- ADE

$$n \frac{\partial C}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D \frac{\partial C}{\partial x} \right) - \frac{\partial (q_x C)}{\partial x}$$

Soluciones Analíticas (funciona de error)

- hay muchos soluciones analíticas, y muchos de estas usan una funciona de error
- erf es integral de funciona exponencial

$$erf(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt$$

²Gelhar, L. W., Welty, C., and Rehfeldt, K. R. (1992), A critical review of data on field-scale dispersion in aquifers, Water Resour. Res., 28(7), 1955– 1974

³Neuman, S. Neuman, S. P. (1993), Comment on "A critical review of data on field-scale dispersion in aquifers" by L. W. Gelhar, C. Welty, and K. R. Rehfeldt, Water Resour. Res., 29: 1863– 1865

- $erf\left(\frac{a}{\sigma\sqrt{2}}\right)$: la probabilidad que un medido aleatorio de una distribución normal ($\bar{x} = 0, \sigma = 1$) está entre a y -a.

Error function

- distribución de forma 'S'
- erf es 1 a $+\infty$, -1 a $-\infty$, 0 a 0
- $erfc(x) = 1 - erf(x)$ (rangos desde 2 a 0)
- $erf(-x) = -erf(x)$
- $erfc(-x) = 1 + erf(x)$

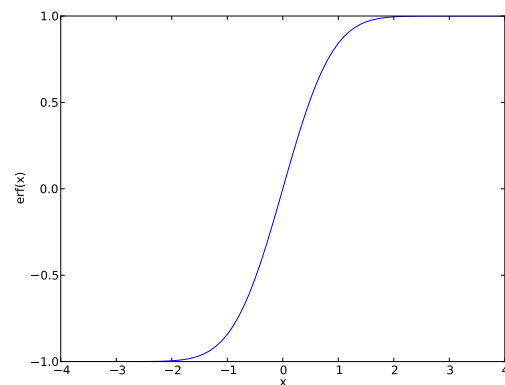


Figure 2: La funcion de error

Ogata-Banks Solution (1961) ⁴

- Semi-infinito , 1-D
- constante V, heavyside step function (Constante C a x=0)
- constante D

$$C = \frac{C_0}{2} \left(erf c \left[\frac{x - vt}{2\sqrt{Dt}} \right] + e^{\frac{vx}{D}} erf c \left[\frac{x + vt}{2\sqrt{Dt}} \right] \right)$$

- segundo termo es importante cuando $\frac{x}{\alpha}$ as grande.
- Si ratio es 500, un error de 3% resulta cuando no incluye el segundo termo

⁴A. Ogata and R. B. Banks, "A Solution of the Differential Equation of Longitudinal Dispersion in Porous Media," US Geological Survey Professional Papers, No. 34, 1961.

Domenico Solución

- Domenico (1987)⁵ proveyeron una solución de estado estable para concentraciones per una línea central de una pluma de contaminación.
- Srinivasan (2007)⁶ escribió:
 - 'the Domenico solution does not have a rigorous mathematical basis'
 - solo está valido cuando dispersividad longitudinal es cero
- está razonable cuando dispersividad longitudinal es pequeño, velocidad de agua as alto, y tiempo de simulación es larga
- hay mejor soluciones, pero la solución de Domenico es más fácil y mas rápido

Domenico Solución

$$C(x, 0, 0) = C_0 \cdot \text{erf} \left(\frac{Y}{4\sqrt{\alpha_y \cdot x}} \right) \cdot \text{erf} \left(\frac{Z}{4\sqrt{\alpha_z \cdot x}} \right)$$

- Y y Z son dimensiones de fuente parche (patch source),
- α es dispersividad,
- x es distancia a lo largo de la línea central de pluma.

1-D transporte con reacciones cinéticas

- reacciones de orden 0 o 1
- adsorción sencilla

$$C \cdot K_d = \frac{\text{sorbed}}{\text{aquifer mass}} = C^* \frac{n}{\rho_b}$$

- retardo (movimiento de química está ralentizada)

$$R = \frac{v}{v_c} = 1 + \frac{\rho_b \cdot K_d}{n}$$

⁵Domenico, P.A. 1987. An analytical model for multidimensional transport of a decaying contaminant species. Journal of Hydrology 91:49-58.

⁶Srinivasan, V., Clement, T. and Lee, K. (2007), Domenico Solution—Is It Valid?. Ground Water, 45: 136-146.

1-D transporte con reacciones cinéticas

$$n \frac{\partial C}{\partial t} + \rho \frac{\partial C^*}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(n \cdot D \frac{\partial C}{\partial x} \right) - \frac{\partial (q_x C)}{\partial x} - n \cdot \lambda \cdot C - \rho \cdot \lambda \cdot C^*$$

$$C^* = k_d \cdot C$$

$$U = \sqrt{v^2 + 4\lambda D}$$

$$C = \frac{C_0}{2} \left(e^{-\frac{x(v-U)}{2D}} \cdot \text{erfc} \left(\frac{xR - Ut}{2\sqrt{DtR}} \right) + e^{-\frac{x(v+U)}{2D}} \cdot \text{erfc} \left(\frac{xR + Ut}{2\sqrt{DtR}} \right) \right)$$

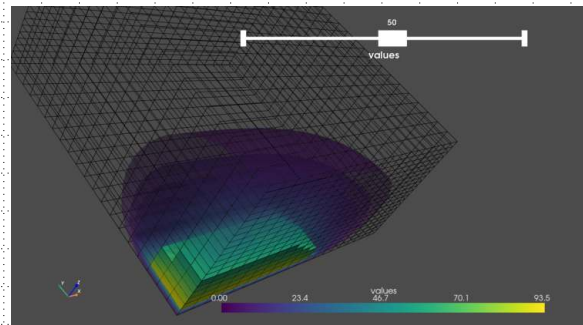
λ es constante de 1° orden, v=velocidad de agua subterránea (Van Genuchten and Alves⁷)

3-D Soluciones Analíticas

- Solutions available in various references
 - Leij et al., 1991. WRR 27:2719-2733
 - Wexler, USGS Tech of Water-Res. Invest. Book 3 CH. B7

Ecuaciones muy complicadas, necesita usar soluciones numéricas

- Algunas requieren integración numéricas o evaluación de series infinitas



Solución para transporte de fuente parche (patch source @ z=0) usando ecuaciones de Leij (1991).

⁷van Genuchten, M.Th. and Alves, W.J. (1982) Analytical Solutions of the One-Dimensional Convective-Dispersive Solute Transport Equation. Technical Bulletin 1661, US Department of Agriculture, Washington DC